

Справочник формул

Профильная математика · ЕГЭ 2027 · все формулы из уроков по темам

гранит

Все формулы из уроков по темам: степени и логарифмы, тригонометрия, производная, геометрия, вероятность, проценты и кредиты. Их полезно распечатать и держать перед глазами, пока решаешь задачи.

Степени и корни

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, a^m : a^n = a^{m-n}, (a^m)^n = a^{mn}$
- $(ab)^n = a^n b^n, a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$
- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \sqrt[n]{a^2} = |a|$
- $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2, a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

Логарифмы

- $\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$, где $a > 0, a \neq 1, b > 0$
- $a^{\log_a b} = b, \log_a a = 1, \log_a 1 = 0$
- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c, \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a b^k = k \log_a b, \log_{a^m} b = \frac{1}{m} \log_a b$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, \log_a b \cdot \log_b a = 1$

Тригонометрия

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	нет

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- Приведение: для $\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$ функция та же, для $\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$ синус меняется на косинус и наоборот; знак как у исходной функции в той четверти, куда попадает угол
- $\sin x = a: x = \arcsin a + 2\pi k, x = \pi - \arcsin a + 2\pi k;$
 $\cos x = a: x = \pm \arccos a + 2\pi k; \operatorname{tg} x = a: x = \operatorname{arctg} a + \pi k,$
 $k \in \mathbb{Z}$
- $\sin x = 0: x = \pi k; \cos x = 0: x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

Производная

$f(x)$	c	x^n	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{x}$
$f'(x)$	0	nx^{n-1}	$\frac{1}{2\sqrt[n]{x}}$	$-\frac{1}{x^2}$

$f(x)$	$\sin x$	$\cos x$	e^x	a^x	$\ln x$
$f'(x)$	$\cos x$	$-\sin x$	e^x	$a^x \ln a$	$\frac{1}{x}$

- $(f + g)' = f' + g', (cf)' = cf', (fg)' = f'g + fg', \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2},$
 $(f(kx + b))' = k f'(kx + b)$
- $f'(x_0)$ равна угловому коэффициенту касательной в точке x_0 ; касательная $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$
- $f' > 0$: функция возрастает, $f' < 0$: убывает; смена знака f' с «+» на «-» это максимум, с «-» на «+» минимум
- Наибольшее и наименьшее значение на отрезке ищут среди значений в критических точках и на концах

Первообразная

- $F'(x) = f(x)$; первообразные: $x^n \rightarrow \frac{x^{n+1}}{n+1}, \frac{1}{x} \rightarrow \ln |x|, e^x \rightarrow e^x,$
 $\sin x \rightarrow -\cos x, \cos x \rightarrow \sin x$
- Площадь под графиком $f \geq 0$ на $[a; b]$ равна $F(b) - F(a)$

Уравнения и неравенства

- $ax^2 + bx + c = 0: D = b^2 - 4ac, x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$; для
 $x^2 + px + q = 0: x_1 + x_2 = -p, x_1 x_2 = q$
- $a^f = a^g \Leftrightarrow f = g; \log_a f = \log_a g \Leftrightarrow f = g > 0$
- При $a > 1$ знак неравенства между a^f и a^g (или $\log_a f$ и $\log_a g$) сохраняется, при $0 < a < 1$ меняется; под логарифмом всегда положительно
- Метод интервалов: нули числителя и знаменателя на прямую, знаки на промежутках, нули знаменателя выколоты

Вероятность

- $P(A) = \frac{m}{n}, P(\text{не } A) = 1 - P(A)$
- Несовместные события: $P(A \text{ или } B) = P(A) + P(B)$;
независимые: $P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B)$
- Полная вероятность: сумма по веткам дерева, каждая ветка это произведение вероятностей на ней

Прогрессии и проценты

- Арифметическая: $a_n = a_1 + (n - 1)d, S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
- Геометрическая: $b_n = b_1 q^{n-1}, S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$

- Увеличить на $p\%$: умножить на $1 + \frac{p}{100}$; уменьшить: на $1 - \frac{p}{100}$

Экономическая задача

- Долг уменьшается равными частями: проценты за n периодов $\frac{r}{100} \cdot S \cdot \frac{n+1}{2}$
- Равные платежи x , $b = 1 + \frac{r}{100}$: после каждого периода долг умножается на b и уменьшается на x ; за 2 периода $(Sb - x)b - x = 0$

Планиметрия

- Треугольник: $S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}absin C = pr = \frac{abc}{4R}$
- Теорема синусов $\frac{a}{sin A} = 2R$, теорема косинусов $c^2 = a^2 + b^2 - 2abcos C$
- Прямоугольный треугольник: $c^2 = a^2 + b^2$, $R = \frac{c}{2}$, $r = \frac{a+b-c}{2}$, высота к гипотенузе $h = \sqrt{pq}$
- Параллелограмм $S = ah = absin \alpha$, ромб $S = \frac{d_1 d_2}{2}$, трапеция $S = \frac{a+b}{2}h$
- Вписанный угол равен половине дуги; угол на диаметр прямой; вписанный четырёхугольник: сумма противоположных углов 180°

- Отрезки касательных из одной точки равны; касательная перпендикулярна радиусу
- Подобие с коэффициентом k : площади относятся как k^2
- Окружность: $C = 2\pi r$, $S = \pi r^2$

Векторы

- $\vec{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$, $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$
- Перпендикулярны: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$; коллинеарны: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$

Стереометрия

Тело	Объём	Поверхность
прямоугольный параллелепипед	abc	$2(ab + bc + ac)$
призма	$S_{\text{осн}} h$	
пирамида	$\frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$	
цилиндр	$\pi r^2 h$	бок $2\pi rh$
конус	$\frac{1}{3} \pi r^2 h$	бок πrl
шар	$\frac{4}{3} \pi R^3$	$4\pi R^2$

- Диагональ параллелепипеда $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$
- Подобные тела с коэффициентом k : площади в k^2 , объёмы в k^3 раз
- Расстояние от точки до плоскости через объём: $d = \frac{3V}{S}$